* R B - 0 7 2 2 / 1 0 0 0 *

RB-0722
Second Year B. Sc. Examination
April / May – 2010
Mathematics : Paper - IV
(New Course)

Time : 3 Hours] [Total Marks : **105**

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :

☛ **S.Y. B.Sc.**

Name of the Subject :

☛ **MATHEMATICS - 4 (NEW)**

☛ Subject Code No. : **0 7 2 2** ☛ Section No. (1, 2,.....) : **NIL**

Seat No. :

Student's Signature

(૨) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પુરા ગુણ દર્શાવે છે.

(૩) પ્રચલિત સંકેતોનો ઉપયોગ કરો.

૧ માગ્યા મુજબ લખો : ૧૫

(૧) $\dfrac{d^3y}{dx^3} - 3\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$ નો સામાન્ય ઉકેલ મેળવો.

(૨) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 3e^{3/2^x}$ નો વિશિષ્ટ સંકલ મેળવો.

(૩) કિંમત શોધો :

(અ) $L^{-1}\left\{\dfrac{2P+1}{P(P+1)}\right\}$

(બ) $L\{1\}$

(૪) $Z = \left(x^2 + a\right)\left(y^2 + b\right)$ માંથી a અને b નો લોપ કરો.

(૫) કિંમત શોધો : $L\left\{3t^4 - 2t^3 + 4e^{-3t} - 2\sin t + 3\cos 2t\right\}$

૨ (અ) પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે ૬

$$\frac{1}{f(D)}e^{ax} = \begin{cases} \dfrac{e^{ax}}{f(a)} & ;\ \text{જ્યાં}\ f(a) \neq 0 \\ \dfrac{x^r e^{ax}}{r!\,\phi(a)} & ;\ f(D) = (D-a)\phi(D);\ \text{જ્યાં}\ \phi(a) \neq 0 \end{cases}$$

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} + y = (1 + \sin x)^2$

(૨) $\dfrac{d^3y}{dx^3} - 3\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4y = e^{3x}$

અથવા

૨ (અ) પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે ૬

$$\frac{1}{\phi\left(D^2\right)}\cos ax = \frac{1}{\phi\left(-a^2\right)}\cos ax,\ \phi\left(-a^2\right) \neq 0$$

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sin 3x + e^x + x^2$

(૨) $\left(D^2 + 1\right)^2 y = 24x\cos x$

૩ (અ) ચલિત સહગુણકોવાળા સમપરિમાણ સુરેખ વિકલ સમીકરણોને સ્વતંત્ર ચલ બદલીને કેવી રીતે ઉકેલવા તેની ચર્ચા કરો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3x\dfrac{dy}{dx} + 4y = x^2\log x$

(૨) $x^3\dfrac{d^3y}{dx^3} - x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} + x\dfrac{dy}{dx} = 2x^2 + 5x + 3$

અથવા

૩ (અ) જો $p_1, p_2, \ldots\ldots, p_n$ અચળાંકો હોય તો વિકલ સમીકરણ ૬

$$(a+bx)^n \frac{d^n y}{dx^n} + p_1 (a+bx)^{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots\ldots + p_{n-1}(a+bx)\frac{dy}{dx}$$

$+p_n y = F(x)$ને ઉકેલવાની રીત સમજાવો.

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + x\frac{dy}{dx} - y = 3x^4$

(૨) $(5+2x)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 6(5+2x)\frac{dy}{dx} + 8y = 2(2x+5)^2$

૪ (અ) દ્વિતીય કક્ષાના સુરેખ વિકલ સમીકરણોનો એક ઉકેલ જાણતા હોઈએ તો બીજો ઉકેલ કેવી રીતે મેળવવો તેની ચર્ચા કરો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x(1+x)\frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^2$

(૨) $\frac{d^2 y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = x$

અથવા

૪ (અ) સ્વતંત્ર ચલ બદલીને દ્વિતીય કક્ષાના સુરેખ વિકલ સમીકરણોને કેવી રીતે ઉકેલવા તેની ચર્ચા કરો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $\frac{d^2 y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + \left(4\operatorname{cosec}^2 x\right)y = 0$

(૨) $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{2}{x}\,\frac{dy}{dx} = n^2 y$

૫ (અ) જો $L\{F(t)\}=f(P)$ હોય તો સાબિત કરો કે $L\{F(at)\}=\frac{1}{a}f\left(\frac{P}{a}\right)$. ૬

(બ) દર્શાવો કે $L^{-1}\left\{\frac{P+2}{P^2-2P+5}\right\}=e^t\left\{\cos 2t+\frac{3}{2}\sin 2t\right\}$ ૬

(ક) સમીકરણ $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0,$ જ્યાં $y(0)=1,\ y'(0)=0$ નો ઉકેલ શોધો. ૬

અથવા

૫ (અ) વ્યસ્ત લાપ્લાસ પરિવર્તક માટેનું દ્વિતીય સ્થળાંતર પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. ૬

(બ) દર્શાવો કે $L^{-1}\left\{\frac{1}{(P+1)(P-2)}\right\}=-\left\{\frac{e^{-t}-e^{2t}}{3}\right\}$ ૬

(ક) $L\left\{e^{-t}(3\sin 2t-5\cosh 2t)\right\}$ ની કિંમત શોધો. ૬

૬ (અ) $z=px+qy+f(p,q)$ સ્વરૂપના આંશિક વિકલ સમીકરણોને ઉકેલવાની રીત સમજાવો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $pz-qz=z^2+(x+y)^2$

(૨) $x^2p^2+y^2q^2=z^2$

અથવા

૬ (અ) $f_1(x,p)=f_2(y,q)$ સ્વરૂપના આંશિક વિકલ સમીકરણોને ઉકેલવાની રીત સમજાવો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $z=px+qy+pq$

(૨) $3p^2-2q^2=4pz$

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) As per the Instructions no. 1 of page no. 1.
(2) Figures to the right indicates full marks of the question.
(3) Follow usual notations.

1 Do as directed : **15**

(1) Obtain general solution of $\frac{d^3y}{dx^3}-3\frac{d^2y}{dx^2}+4y=0$.

(2) Obtain particular integral of $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=3e^{3/2^x}$.

(3) Obtain :

(a) $L^{-1}\left\{\frac{2P+1}{P(P+1)}\right\}$

(b) $L\{1\}$

(4) Eliminate a and b from $Z=\left(x^2+a\right)\left(y^2+b\right)$.

(5) Obtain $L\left\{3t^4-2t^3+4e^{-3t}-2\sin t+3\cos 2t\right\}$.

2 (a) In usual notations prove that : **6**

$$\frac{1}{f(D)}e^{ax}=\begin{cases}\dfrac{e^{ax}}{f(a)} & ;\ f(a)\neq 0\\[2ex] \dfrac{x^r e^{ax}}{r\,!\,\phi(a)} & ;\ f(D)=(D-a)\phi(D);\ f(a)\neq 0\end{cases}$$

(b) Solve : **12**

(1) $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}+y=(1+\sin x)^2$

(2) $\frac{d^3y}{dx^3}-3\frac{d^2y}{dx^2}+4y=e^{3x}$

OR

2 (a) In usual notations prove that : **6**

$$\frac{1}{\phi\left(D^2\right)}\cos ax = \frac{1}{\phi\left(-a^2\right)}\cos ax,\ \phi\left(-a^2\right) \neq 0$$

(b) Solve : **12**

(1) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sin 3x + e^x + x^2$

(2) $\left(D^2 + 1\right)^2 y = 24x\cos x$

3 (a) Discuss how to solve homogeneous linear differential equations by changing the independent variable : **6**

(b) Solve : **12**

(1) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3x\frac{dy}{dx} + 4y = x^2\log x$

(2) $x^3\frac{d^3y}{dx^3} - x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} = 2x^2 + 5x + 3$

OR

3 (a) If $p_1, p_2, \ldots\ldots, p_n$ are constants then explain the method to solve the differential equation **6**

$$(a+bx)^n\frac{d^ny}{dx^n} + p_1(a+bx)^{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots\ldots + p_{n-1}(a+bx)\frac{dy}{dx}$$

$$+p_n y = F(x).$$

(b) Solve : **12**

(1) $x^3\frac{d^3y}{dx^3} + x\frac{dy}{dx} - y = 3x^4$

(2) $(5+2x)^2\frac{d^2y}{dx^2} - 6(5+2x)\frac{dy}{dx} + 8y = 2(2x+5)^2$

4 (a) When one integral to linear differential equation of second order is known to us them discuss how to obtain second integral of it. **6**

(b) Solve : **12**

(1) $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-2x(1+x)\frac{dy}{dx}+2(1+x)y=x^2$

(2) $\frac{d^2y}{dx^2}-x^2\frac{dy}{dx}+xy=x$

OR

4 (a) Discuss how to solve linear differential equations of second order by changing the independent variable. **6**

(b) Solve : **12**

(1) $\frac{d^2y}{dx^2}+\cot x\frac{dy}{dx}+\left(4\cos ec^2x\right)y=0$

(2) $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{2}{x}\frac{dy}{dx}=n^2y$

5 (a) If $L\{F(t)\}=f(P)$ then prove that $L\{F(at)\}=\frac{1}{a}f\left(\frac{P}{a}\right)$ **6**

(b) Show that $L^{-1}\left\{\frac{P+2}{P^2-2P+5}\right\}=e^t\left\{\cos 2t+{}^3\!/_2\sin 2t\right\}$ **6**

(c) Obtain solution of $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0,$ where $y(0)=1,$ and $y'(0)=0$. **6**

OR

5 (a) State and prove second shifting theorem for inverse Laplace transformation. **6**

(b) Show that $L^{-1}\left\{\frac{1}{(P+1)(P-2)}\right\}=-\left\{\frac{e^{-t}-e^{2t}}{3}\right\}$ **6**

(c) Obtain $L\left\{e^{-t}(3\sin 2t-5\cosh 2t)\right\}$ **6**

6 (a) Explain method to solve the partial differential equations of the form $z = px + qy + f(p, q)$.

(b) Solve : **12**

(1) $pz - qz = z^2 + (x + y)^2$

(2) $x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$

OR

6 (a) Explain method to solve partial differential equations of the form $f_1(x, p) = f_2(y, q)$ **6**

(b) Solve : **12**

(1) $z = px + qy + pq$

(2) $3p^2 - 2q^2 = 4pz$.